

問 4.2 濃度の等しさ  $=_C$  が同値関係であることを示せ

反射律 : 集合  $A$  に対して、 $f(x) = x$  で定義される  $f : A \rightarrow A$  は、全単射である。よって、 $A =_C A$ 。

対称律 :  $A =_C B$  とすると、全単射  $f : A \rightarrow B$  が存在する。このとき、 $f^{-1} : B \rightarrow A$  も全単射であるため、 $B =_C A$ 。

推移律 :  $A =_C B$  かつ  $B =_C C$  とすると、全単射  $f : A \rightarrow B$ 、 $g : B \rightarrow C$  が存在する。このとき、 $f \circ g : A \rightarrow C$  も全単射であるため、 $A =_C C$ 。

問 4.4 :  $\leq_C$  が反射律と推移律を満たすことを示せ

反射律 : 集合  $A$  に対して、 $f(x) = x$  で定義される  $f : A \rightarrow A$  は、単射である。よって、 $A \leq_C A$ 。

推移律 :  $A \leq_C B$  かつ  $B \leq_C C$  とすると、単射  $f : A \rightarrow B$ 、 $g : B \rightarrow C$  が存在する。このとき、 $f \circ g : A \rightarrow C$  も単射であるため、 $A \leq_C C$ 。